

# PRUEBA DE CONSISTENCIA EN LA CALIBRACIÓN DE JUEGOS DE PESAS CLASE E<sub>2</sub> E INFERIORES

Luis Omar Becerra, Jorge Nava, Félix Pezet  
Centro Nacional de Metrología, División de Metrología de Masa y Densidad  
km 4,5 Carretera a los Cués, Mpio. El Marqués

(4) 2 11 05 00, (4) 2 15 39 04, [lbecerra@cenam.mx](mailto:lbecerra@cenam.mx), [jnava@cenam.mx](mailto:jnava@cenam.mx), [fpezet@cenam.mx](mailto:fpezet@cenam.mx)

**Resumen:** En la calibración de pesas por comparación una a una no existe un indicio acerca de la validez de los valores encontrados en la calibración debidos a errores sistemáticos (p.e. una posible desviación del patrón utilizado). El presente trabajo propone una forma de verificación de los valores encontrados en la calibración que apoyaría en las decisiones de calibración de los patrones de masa por los laboratorios secundarios.

## INTRODUCCIÓN

En la calibración de pesas una a una no se tiene ninguna referencia acerca de la veracidad del valor resultante en la calibración. Sin embargo las pesas son instrumentos muy delicados en su manejo y por tanto pueden sufrir variaciones en su valor de masa, y si esta situación se presenta en los patrones de trabajo no hay forma de identificarlo antes de su calibración correspondiente.

La prueba de consistencia que se propone ofrece la posibilidad de que el Metrologo perciba una señal de alarma si alguno de los valores no es consistente en la calibración de juegos de pesas y de esta forma la posibilidad de tomar alguna medida correctiva.

## DESARROLLO

La Recomendación 111 de la Organización Internacional de Metrología Legal (OIML) [1], [4] establece siete clases de exactitud en pesas que van desde E<sub>1</sub> hasta M<sub>3</sub> siendo los patrones clase E<sub>1</sub> los de mejor clase de exactitud. La misma recomendación también establece los valores nominales de las pesas deben ser iguales a 1x10<sup>n</sup> kg, 2x10<sup>n</sup> kg ó 5x10<sup>n</sup> donde "n" puede representar un número negativo, positivo o cero así como la secuencia que puede ser de las siguientes opciones, (1;1;2;5) x 10<sup>n</sup> kg; (1;1;1;2;5) x 10<sup>n</sup> kg; (1;2;2;5) x 10<sup>n</sup> kg ó (1;1;2;2;5) x 10<sup>n</sup> kg [1], [4].

En la calibración de pesas clase E<sub>2</sub> e inferiores se utilizan patrones de una clase de exactitud superior a la que se calibra [1], [4], utilizando el siguiente modelo para calcular el valor de masa convencional [2],

$$m_x^c = m_p^c - (r_a - 1,2)(V_p - V_x) + \Delta m \quad (1)$$

donde,

$m_x^c$  masa convencional de la pesa a calibrar

$m_p^c$  masa convencional de la pesa patrón

$r_a$  Densidad del aire  
1,2 Densidad del aire convencional  
 $V_p$  Volumen de la pesa patrón  
 $V_x$  Volumen de la pesa a calibrar  
 $\Delta m$  Diferencia de masa de la pesa a calibrar menos la pesa patrón leída en la balanza

La incertidumbre estándar combinada de la masa convencional de la pesa calibrada se determina con la siguiente expresión [5],

$$u_{m_x} = \sqrt{u_{m_p}^2 + (V_p - V_x)^2 \cdot u_{r_a}^2 + (r_a - 1,2)^2 \cdot (u_{V_p}^2 + u_{V_x}^2) + u_{\Delta m}^2} \quad (2)$$

donde,

$u_i$  Incertidumbre estándar de la variable  $i$

La incertidumbre expandida de la masa convencional se obtiene al multiplicar la incertidumbre estándar combinada por un factor de cobertura, usualmente  $k=2$  que amplía el intervalo de confianza de la incertidumbre a aproximadamente el 95%, y este valor no debe ser mayor a  $1/3$  del Error Máximo Tolerado de la clase de Exactitud de la pesa en calibración.

$$U_{m_x}^c = k u_{m_x}^c \quad (3)$$

donde

$U_{m_x}^c$  es la incertidumbre expandida

$k$  es el factor de cobertura asociado al nivel de confianza deseado ( $k=2$  aprox. 95%)

La prueba consiste en realizar una calibración de la sumatoria de pesas de esa década en particular utilizando la pesa patrón equivalente; la suma de los valores individuales de las pesas debe ser igual al valor encontrado de la calibración de la sumatoria dentro de los valores de incertidumbre.

Por ejemplo en un juego de pesas de 100 g a 500 g, se calibran individualmente la pesa de 100 g, 200 g, 200 g (\*), 500 g, y finalmente se calibra la sumatoria de las pesas vs. una pesa de valor nominal de 1 kg como se muestra en la tabla 1.

Pesas Patrón		Pesas a calibrar
100 g	Vs	100 g
200 g	Vs	200 g
200 g	Vs	200 g(*)
500 g	Vs	500 g
1 kg	Vs	100 g + 200 g + 200 g(*) + 500 g

Tabla 1.- Esquema de comparaciones de 100 g a 500 g

La diferencia entre el valor de la suma de las pesas individuales contra el valor obtenido de la calibración de la sumatoria debe cumplir con el siguiente criterio,

$$e = \frac{|m^c \sum m^{c_i} - \sum m^{c_i}|}{\sqrt{\left(U_{m^c \sum m^c}\right)^2 + \left(U_{\sum m^{c_i}}\right)^2}} \quad (4)$$

$e \leq 1$  Los valores encontrados en la calibración son consistentes

$e > 1$  Los valores encontrados en la calibración no son consistentes entre sí, por lo tanto se deben tomar acciones correctivas.

Donde,

$e$  es el valor del error normalizado

$m^c \sum m^{c_i}$  es la masa de la sumatoria de las pesas (el resultado obtenido de la ecuación 1 considerando como pesa a calibrar el conjunto de pesas)

$\sum m^{c_i}$  es la suma de las masas encontradas en la calibración de las pesas individualmente

$U_{m^c \sum m^c}$  es la incertidumbre expandida obtenida en la calibración de la sumatoria de las pesas de acuerdo a la ecuación 3

$U_{\sum m^{c_i}}$  es la incertidumbre expandida de la suma de las masas de las pesas (combinación de las incertidumbres de las pesas obtenidas en su calibración individual de acuerdo con la ecuación 5

$$U_{\sum m^{c_i}} = \sum U_{m^{c_i}} = k \sum u_{m^{c_i}} \quad (5)$$

Este cálculo de incertidumbre considera que las incertidumbres obtenidas en la masa convencional de las pesas tiene un coeficiente de correlación igual a 1 [3].

El uso del valor del error normalizado consiste en comparar la diferencia entre los valores de masa de la sumatoria y la suma de las masas contra la incertidumbre combinada de ambos valores. Si la diferencia de valores (el error) es menor que la incertidumbre combinada (la incertidumbre del error) los valores son consistentes y si esta diferencia es mayor significa que los valores de incertidumbre no la cubren.

Por lo tanto el error normalizado representa una diferencia de dos valores respecto a un mismo mensurando dividido entre la incertidumbre de esta diferencia [6, 7]

### EJEMPLO NUMÉRICO

**e1.-** En la calibración de un juego de pesas se obtuvieron los siguientes valores en las pesas de 100 g a 500 g

Valor Nominal	Corrección* mg	Incertidumbre (k=2) mg
100 g	+ 0,153	±0,086
200 g	-0,006	±0,036
200 g (*)	-0,003	±0,035
500 g	-0,016	±0,019
$\sum m^{c_i}$	<b>0,128</b>	<b>±0,176</b>
$m^c \sum m^{c_i}$ (1 kg)	<b>-0,021</b>	<b>±0,170</b>

Tabla 2.- Valores encontrados en la calibración de un conjunto de pesas 100 g a 500 g

\* La corrección es igual a la masa convencional menos el valor nominal de la pesa.

El valor del error normalizado se obtiene como,

$$e = \frac{|m^c \sum m^{c_i} - \sum m^{c_i}|}{\sqrt{\left(U_{m^c \sum m^c}\right)^2 + \left(U_{\sum m^{c_i}}\right)^2}} = 0,61$$

El valor de  $e$  es menor a 1, por lo tanto los valores encontrados en la calibración son consistentes entre sí (Fig. 1), lo que indica que el patrón de calibración no ha tenido deriva considerable (su manejo ha sido adecuado), el cálculo de los valores de masa convencional de las pesas, la incertidumbre así como la medición de las condiciones ambientales para la determinación de la densidad del aire fue adecuado.

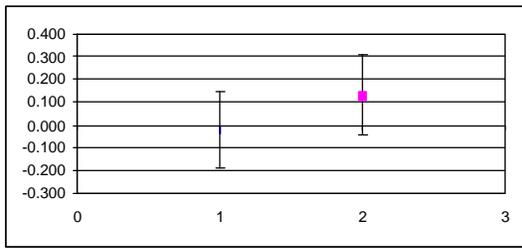


Fig. 1.- Gráfica de comparación entre los valores de  $m^c \sum m^e_i$  y  $\sum m^e_i$  y sus incertidumbres respectivamente

**e2.-** A continuación se muestran los valores de una calibración en la cual se tienen los valores de la sumatoria de las pesas y la suma de los valores de masa convencional de las pesas, como se muestra en la tabla 3,

Valor Nominal	Corrección mg	Incertidumbre (k=2) mg
1 kg	+ 3,25	$\pm 1,7$
2 kg	+ 3,74	$\pm 3,3$
2 kg (*)	+5,48	$\pm 3,3$
5 kg	+2,00	$\pm 8,3$
$\sum m^c_i$	<b>+14,47</b>	<b><math>\pm 17,0</math></b>
$m^c \sum m^e_i$ (10 kg)	<b>- 10,80</b>	<b><math>\pm 17,0</math></b>

Tabla 3.- Valores encontrados en la calibración de un conjunto de pesas 1 kg a 5 kg

El valor del error normalizado en este ejemplo es el siguiente,

$$e = \frac{\left| m^c \sum m^e_i - \sum m^c_i \right|}{\sqrt{\left( U_{m^c \sum m^e_i} \right)^2 + \left( U_{\sum m^c_i} \right)^2}} = 1,05$$

el cual es mayor a 1 por lo tanto los valores encontrados en la calibración no son consistentes entre sí, aún cuando las barras de incertidumbre se traslapan (Fig. 2)

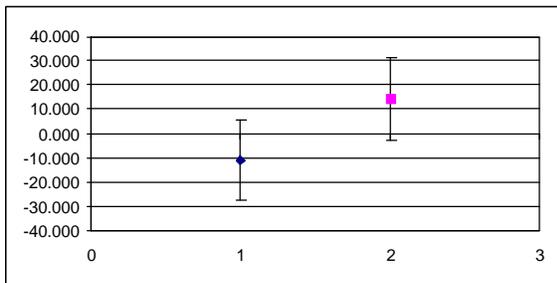


Fig. 2.- Gráfica de comparación entre los valores de  $m^c \sum m^e_i$  y  $\sum m^e_i$  y sus incertidumbres respectivamente

Esta situación nos alerta sobre los resultados obtenidos, y nos ofrece la oportunidad de revisar el proceso de calibración, (transcripción de datos, cálculos, calibración de patrones y sensores, etc.) antes de emitir el certificado o informe de calibración.

Si el laboratorio de calibración de masa cuenta con un historial de valores de  $e$  para las diferentes décadas podría realizar un análisis estadístico de estos mismos valores y determinar intervalos de calibración, última calibración en la que el valor de  $e$  estuvo dentro de límites, etc.

## DISCUSIÓN

La prueba de consistencia puede aplicarse a cualquier clase de exactitud, se recomienda en clases  $E_2$  e inferiores ya que en la calibración de pesas clase  $E_1$  y mejores que  $E_1$  se utilizan modelos de subdivisión o de comparación entre patrones (modelos matriciales) en los cuales es posible incluir como incógnita una pesa de valor conocido llamada pesa de verificación ("check standard") la cual ofrece un buen indicio de la exactitud de los valores encontrados en la calibración, sin embargo en la calibración de pesas clase  $E_2$  e inferiores la calibración es una a una y es en este tipo de calibraciones donde aplicar esta prueba ofrece confianza al laboratorio en los valores declarados en sus certificados y al usuario que recibe el servicio de calibración.

Por otro lado se debe aclarar que esta prueba no es sensible a una deriva que se presentara en igual proporción en todas las pesas patrón que intervienen en la calibración, ya que los resultados que se obtendrían serían consistentes entre sí aunque desviados del valor considerado como verdadero, situación que se corrige determinando adecuadamente los intervalos de calibración ya que estos se seleccionan basándose principalmente en esta característica de las pesas.

En la calibración de masa, las pesas clase  $E_1$  y  $E_2$  requieren de conocer el volumen de las mismas, por lo que se determinan estos volúmenes previos a la calibración de su masa (usualmente mediante pesada hidrostática), la prueba de consistencia también puede adecuarse a mediciones de volumen de pesas en la cual se compararían los valores de volumen obtenidos individualmente contra un valor de volumen medido del conjunto de pesas (normalmente una década como se muestra en el siguiente ejemplo,

**e3.-** En la calibración del volumen de un juego de pesas se obtuvieron los siguientes valores individuales, tabla 4

Valor Nominal	Volumen cm <sup>3</sup>	Incertidumbre (k=2) cm <sup>3</sup>
500 g	62,124 2	±0 001 8
200 g	24,970 0	± 0,000 7
200 g (*)	24,968 8	± 0,000 9
100 g	12,476 0	± 0,000 6
$\sum V_i$	<b>124,539 0</b>	<b>± 0,004 0</b>
$V_{\sum V_i}$ (1 kg)	<b>124,537 0</b>	<b>± 0,003 2</b>

Tabla 4.- Valores encontrados en la calibración del volumen un conjunto de pesas 500 g a 100 g

El valor del error normalizado se obtiene de la ecuación 4 adaptado al ejemplo de volumen como,

$$e = \frac{|V_{\sum V_i} - \sum V_i|}{\sqrt{(U_{V_{\sum V_i}})^2 + (U_{\sum V_i})^2}} = 0,39$$

El cual es menor a 1, por lo tanto el valor medido de volumen de las diferentes pesas es consistente con el volumen medido de las pesas en conjunto como se muestra en la fig. 3,

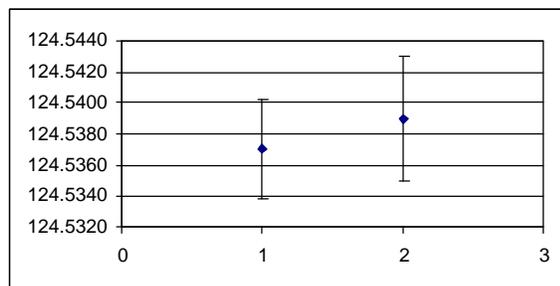


Fig. 3.- Gráfica de comparación entre los valores de  $V_{\sum V_i}$  y  $\sum V_i$  y sus incertidumbres respectivamente

En la aplicación de la prueba de consistencia en las mediciones de volumen es importante mencionar que una desviación en la densidad del agua no es posible determinarla con la prueba de consistencia tal y como esta propuesta en este trabajo, por lo que las características del agua deben asegurarse mediante otros métodos; pero en las mediciones de volumen de pesas intervienen muchos factores que se deben mantener bajo control como la formación de burbujas en la superficie de las pesas entre otros, y son estos errores sistemáticos los que es posible identificar con esta prueba.

## CONCLUSIONES

La prueba de consistencia puede ser una herramienta muy útil en el aseguramiento de las mediciones de los laboratorios de calibración de masa, ya que al contar con los valores de  $e$ , el laboratorio podría respaldar los resultados declarados en los certificados o informes de calibración y de igual manera en evaluaciones de laboratorios de calibración de masa que solicitan el acreditamiento los evaluadores (Expertos Técnicos) podrían solicitar la prueba de consistencia como una prueba de capacidad técnica del laboratorio.

## REFERENCIAS

- [1] OIML, R111 International Recommendation N° 111 -Weights of classes E<sub>1</sub>, E<sub>2</sub>, F<sub>1</sub>, F<sub>2</sub>, M<sub>1</sub>, M<sub>2</sub>, M<sub>3</sub>, 1994
- [2] OIML, R33 International Recommendation N° 33 Conventional Value of the result of weighing in air", 1979
- [3] Bich W., 1990, "Variances, Covariances and Restraints in mass metrology", Metrologia 27, 111-116 (1990)
- [4] OIML, Draft International Recommendation N° 111 - Weights of classes E<sub>1</sub>, E<sub>2</sub>, F<sub>1</sub>, F<sub>2</sub>, M<sub>1</sub>, M<sub>2</sub>, M<sub>3</sub>, (including weights for testing of high capacity weighing machines) Part :1 Metrological and Technical Requirements- February 2000
- [5] BIPM, IEC, IFCC, ISO, IUPAC, IUPAP, OIML, "Guide to the expression of uncertainty in measurement" Corrected and reprinted, 1995
- [6] Wolfgang Wöger -Remarks on the E<sub>n</sub> - Criterion Used in Measurement Comparison, PTB-Mitteilungen 109 1/99, Internationale Zusammenarbeit
- [7] European cooperation for Accreditation of Laboratories -EAL Interlaboratory Comparisons- (March 1996)